



# ÁLGEBRA

## Guía de Aprendizaje – Información al estudiante

### 1. Datos Descriptivos

<b>Asignatura</b>	Álgebra
<b>Materia</b>	M1. Matemáticas
<b>Departamento responsable</b>	Matemática aplicada a las tecnologías de la información
<b>Créditos ECTS</b>	6
<b>Carácter</b>	Básica
<b>Titulación</b>	Graduado en Ingeniería de Tecnologías y Servicios de Telecomunicación
<b>Curso</b>	1º
<b>Especialidad</b>	N/A

<b>Curso académico</b>	2014-2015
<b>Semestre en que se imparte</b>	Primer semestre
<b>Idioma en que se imparte</b>	Español
<b>Página Web</b>	



## 2. Profesorado

NOMBRE Y APELLIDO	DESPACHO	Correo electrónico
Lorenzo Javier Martín García (Coord.)	A-307	lorenzojavier.martin@upm.es
Andrés Bujosa Brun	A-302.2	andres.bujosa@upm.es
José Miguel Goñi Menoyo	A-205	josemiguel.goni@upm.es
Javier Jesús Lapazaran Izargain	A-319	javier.lapazaran@upm.es
Jesús Carmelo Abderramán Marrero	A-317	jc.abderraman@upm.es
Juan Cires Martínez	A-121	juan.cires@upm.es

## 3. Conocimientos previos requeridos para poder seguir con normalidad la asignatura

Asignaturas superadas	N/A
Otros resultados de aprendizaje necesarios	N/A

## 4. Objetivos de Aprendizaje

<b>COMPETENCIAS ASIGNADAS A LA ASIGNATURA Y SU NIVEL DE ADQUISICIÓN</b>		
<b>Código</b>	<b>Competencia</b>	<b>Nivel</b>
CG1-13	Todas las asignaturas del Plan de Estudios contribuyen en mayor o menor medida a la consecución de las competencias generales del perfil de egreso.	
CEB1	Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización	3

LEYENDA: Nivel de adquisición 1: Básico  
 Nivel de adquisición 2: Medio  
 Nivel de adquisición 3: Avanzado

<b>RESULTADOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA</b>			
<b>Código</b>	<b>Resultado de aprendizaje</b>	<b>Competencias asociadas</b>	<b>Nivel de adquisición</b>
RA1	Reconocer la importancia del razonamiento abstracto y la necesidad de trasladar los problemas de ingeniería a formulaciones matemáticas	CG1-13, CEB1	3
RA2	Comprender las ventajas y el alcance del lenguaje matemático en la descripción de los problemas de las técnicas	CG1-13, CEB1	3
RA3	Conocer las propiedades del álgebra de Boole	CG1-13, CEB1	2
RA4	Resolver sistemas de ecuaciones lineales y extraer la información algebraica de ellos	CG1-13, CEB1	3
RA5	Conocer y comprender la estructura y propiedades de los espacios vectoriales	CG1-13, CEB1	3
RA6	Saber representar las aplicaciones entre espacios vectoriales y manejar con fluidez el cálculo matricial	CG1-13, CEB1	3

RA7	Conocer y aplicar las propiedades de los espacios vectoriales dotados con un producto escalar	CG1-13, CEB1	3
RA8	Determinar si una matriz/endomorfismo es diagonalizable mediante el cálculo de sus autovalores y autovectores	CG1-13, CEB1	2

LEYENDA: Nivel de adquisición 1: Conocimiento descriptivo  
 Nivel de adquisición 2: Compresión/Aplicación  
 Nivel de adquisición 3: Análisis/Síntesis/Implementación

## 5. Sistema de evaluación de la asignatura

INDICADORES DE LOGRO		
Ref	Indicador	Relacionado con RA
I1	Determinar la validez de una fórmula proposicional	RA1, RA2, RA3
I2	Estudiar la validez de una fórmula de primer orden	RA1, RA2, RA3
I3	Inferir propiedades elementales sobre conjuntos	RA1, RA2, RA3
I4	Inferir propiedades elementales sobre funciones	RA1, RA2, RA3
I5	Inferir propiedades algebraicas elementales	RA1, RA2, RA3
I6	Operar con matrices	RA1, RA2, RA4, RA6, RA8
I7	Analizar y resolver sistemas de ecuaciones lineales	RA1, RA2, RA4, RA5, RA6, RA8
I8	Razonar sobre la relación entre rangos de matrices, sistemas de ecuaciones lineales, imágenes de las aplicaciones lineales e invertibilidad de matrices	RA1, RA2, RA4, RA5, RA6

INDICADORES DE LOGRO		
Ref	Indicador	Relacionado con RA
I9	Aplicar el método de Gauss para el cálculo de rangos e inversas de matrices	RA1, RA2, RA4, RA6, RA8
I10	Determinar si un conjunto de vectores es libre o ligado y su capacidad generadora: construcción de bases	RA1, RA2, RA5
I11	Determinar si varía la capacidad generadora y la condición de independencia lineal de un sistema de vectores si éste se modifica	RA1, RA2, RA5
I12	Operar con soltura con espacios vectoriales: generación, inclusión, igualdad, suma y suma directa, unión e intersección, producto cartesiano, etc.	RA1, RA2, RA4, RA5, RA6
I13	Trabajar con soltura con los subespacios fila y columna de una matriz, rango y dimensión	RA1, RA2, RA5, RA6
I14	Representar un vector en diferentes bases	RA1, RA2, RA5
I15	Reconocer, cuando exista, la estructura de espacio vectorial en conjuntos de polinomios, funciones, matrices, sucesiones, etc.	RA1, RA2, RA3, RA4, RA5
I16	Reconocer y construir aplicaciones lineales	RA1, RA2, RA5, RA6
I17	Calcular, expresar e interpretar el núcleo y la imagen de un aplicación lineal, sus dimensiones y la relación entre ellas	RA1, RA2, RA4, RA5, RA6
I18	Representar matricialmente una aplicación lineal, cambios de bases, composición de aplicaciones lineales y otras operaciones	RA1, RA2, RA5, RA6
I19	Inferir y demostrar propiedades elementales de las aplicaciones lineales	RA1, RA2, RA4, RA5, RA6
I20	Utilizar el teorema de la Dimensión	RA1, RA2, RA5, RA6
I21	Determinar si una aplicación es un producto escalar	RA1, RA2, RA7

INDICADORES DE LOGRO		
Ref	Indicador	Relacionado con RA
I22	Demostrar propiedades elementales del producto escalar	RA1, RA2, RA7
I23	Aplicar el método de Gram-Schmidt	RA1, RA2, RA7
I24	Calcular la proyección ortogonal de un vector sobre un subespacio vectorial	RA1, RA2, RA7
I25	Hallar el complemento/suplemento ortogonal de un subespacio vectorial y aplicar sus propiedades	RA1, RA2, RA7
I26	Calcular el polinomio característico y los autovalores de una matriz	RA1, RA2, RA4, RA8
I27	Hallar los autoespacios asociados a los autovalores de una matriz, especificando su dimensión y una base	RA1, RA2, RA4, RA5, RA6, RA8
I28	Determinar si una matriz es diagonalizable	RA1, RA2, RA5, RA8
I29	Calcular la forma diagonal de una matriz diagonalizable y la matriz de paso	RA1, RA2, RA6, RA8



<b>EVALUACION SUMATIVA</b>			
<b>Breve descripción de las actividades evaluables</b>	<b>Momento</b>	<b>Lugar</b>	<b>Peso en la calif.</b>
Entrega de varias pruebas personalizadas	El enunciado y la fecha de cada entrega se irán publicando a lo largo del semestre	Plataforma Moodle	15%
Entrega de un ejercicio personalizado resuelto por el alumno	Última semana lectiva de diciembre	Se recogerá al comienzo de la prueba presencial	10%
Prueba presencial sobre todo el temario de la asignatura	Última semana lectiva de diciembre	A determinar por Jefatura de Estudios	75%
			<b>Total: 100%</b>

## CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

Como criterio general, el alumno superará la asignatura si obtiene una calificación superior o igual al 50% de la calificación máxima posible (por ejemplo, 5 puntos sobre un máximo de 10 puntos) en la modalidad de evaluación que él decida.

### CONVOCATORIA ORDINARIA

Los alumnos serán evaluados, por defecto, mediante evaluación continua:

- En las clases teóricas se introducirán definiciones, propiedades y ejemplos relacionados con el temario de la asignatura y con el enunciado de un ejercicio que se suministrará a los alumnos.
- A lo largo del curso se propondrá a los alumnos varios ejercicios personalizados cuya solución deberá entregarse mediante la plataforma Moodle de la asignatura en el plazo que se fije oportunamente. Con estos ejercicios, el alumno podrá alcanzar hasta un 15% de la calificación final (1,5 puntos).
- Se propondrá un ejercicio personalizado que cada alumno tendrá que resolver y entregar previamente a la realización de la prueba presencial final. Podrá aportar hasta un 10% de la calificación final (1 punto) y se valorarán los resultados obtenidos, la claridad de las explicaciones y la presentación de la respuesta. El enunciado y las normas de entrega se publicarán con antelación suficiente.
- La prueba final comprenderá todo el temario y consistirá en la resolución y desarrollo de ejercicios prácticos y teóricos que podrá completarse con algunas preguntas tipo test. Como máximo, supondrá el 75% de la calificación final del alumno (7,5 puntos) y, como en el ejercicio personalizado, se valorarán los resultados obtenidos, la claridad de las explicaciones y la presentación de la respuesta.

Los alumnos que no hayan superado la asignatura mediante evaluación continua, serán evaluados mediante un único examen final que será calificado sobre 10 puntos y que se celebrará en la fecha que apruebe la Junta de Escuela de la ETSI Telecomunicación. La presentación a este examen significa la renuncia a la calificación obtenida mediante evaluación continua.

### CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

La evaluación en las convocatorias extraordinarias se realizará mediante un único examen que será calificado sobre 10 puntos y que se celebrará en la fecha que apruebe la Junta de Escuela de la ETSI Telecomunicación.



## 6. Contenidos y Actividades de Aprendizaje

CONTENIDOS ESPECÍFICOS		
Bloque / Tema / Capítulo	Apartado	Indicadores Relacionados
<b>Tema 1: Estructuras algebraicas básicas</b>	1.1 Lenguaje y razonamientos matemáticos	I2, I1
	1.2 Álgebra de Boole	I3
	1.3 Funciones entre conjuntos	I4
	1.4 Grupos, anillos y cuerpos	I5
<b>Tema 2: Álgebra matricial y sistemas de ecuaciones lineales</b>	2.1 Operaciones matriciales elementales	I6, I9, I13, I15, I18, I29
	2.2 Rango de una matriz. Operaciones elementales entre filas	I6, I8, I9
	2.3 Teorema de Rouché -Frobenius	I7
	2.4 Método de eliminación de Gauss para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales	I7, I8, I9
<b>Tema 3: Espacios vectoriales</b>	3.1 Espacio vectorial. Ejemplos	I6, I15
	3.2 Subespacios vectoriales	I7, I12, I13
	3.3 Dependencia e independencia lineal	I7, I8, I9, I10, I11
	3.4 Bases y dimensión	I8, I9, I10, I14, I17
	3.5 Operaciones entre subespacios vectoriales	I12, I24, I25

CONTENIDOS ESPECÍFICOS		
Bloque / Tema / Capítulo	Apartado	Indicadores Relacionados
<b>Tema 4: Aplicaciones lineales</b>	4.1 Aplicación lineal entre espacios vectoriales	I4, I16, I19
	4.2 Núcleo e imagen de una aplicación lineal	I7, I8, I9, I10, I12, I13, I17, I20
	4.3 Representaciones matriciales de una aplicación lineal	I6, I8, I14, I18
	4.4 Composición de aplicaciones lineales	I6, I8, I14, I16, I19
	4.5 Ejemplos: Códigos lineales detectores/correctores de errores	I6, I7, I8, I9, I10, I12, I14, I15, I16, I18, I20
<b>Tema 5: Producto escalar y ortogonalidad</b>	5.1 Productos escalares reales. Espacios euclídeos	I21, I22
	5.2 Ortogonalidad entre vectores y entre subespacios	I10, I11, I12, I22
	5.3 Método de ortogonalización de Gram-Schmidt	I23
	5.4 Proyecciones ortogonales	I24, I25
<b>Tema 6: Análisis espectral: autovalores y autovectores</b>	6.1 Autovalores y autovectores de un endomorfismo	I7, I14, I15, I26, I27
	6.2 Subespacios propios asociados a un autovalor	I7, I9, I10, I12, I28
	6.3 Diagonalización de endomorfismos	I6, I8, I9, I10, I28, I29

## 7. Breve descripción de las modalidades organizativas utilizadas y de los métodos de enseñanza empleados

<b>CLASES DE TEORIA</b>	Previamente a cada sesión, el alumno dispondrá del material de trabajo. Según las circunstancias, el profesor resolverá las dudas que hayan surgido a los alumnos que han estudiado el material con anterioridad, o explicará de forma magistral, o demostrará propiedades interesantes, o indicará nuevas fuentes de consulta, o propondrá nuevas actividades.
<b>CLASES DE PROBLEMAS</b>	Previamente a cada prueba de seguimiento y con el suficiente plazo para que el alumno haya podido trabajar sobre él, se hará público el enunciado de un ejercicio. La prueba de seguimiento versará principalmente, aunque no exclusivamente, sobre los contenidos necesarios para resolver ese ejercicio. Cada profesor programará, si lo estima oportuno, sesiones específicas de resolución de problemas donde los alumnos participarán de forma activa exponiendo sus soluciones y debatiendo con el profesor de forma organizada.
<b>PRÁCTICAS</b>	No se contempla la realización de prácticas.
<b>TRABAJOS AUTONOMOS</b>	Está previsto que cada alumno presente la resolución de un ejercicio individualizado con reflejo en la calificación final.
<b>TRABAJOS EN GRUPO</b>	La manera más aconsejable de trabajar sobre los ejercicios de preparación de las pruebas de seguimiento es el grupo formado por tres o cuatro alumnos. El profesor recomendará esta estrategia, pero los alumnos elegirán lo que mejor les parezca.
<b>TUTORÍAS</b>	Se realizarán según la normativa vigente. Los alumnos que lo deseen se dirigirán al profesor responsable de su grupo para concretar fecha y lugar para la realización de la tutoría.
<b>METODOLOGÍAS</b>	En el desarrollo del curso se empleará el Método expositivo/Lección magistral para desarrollar contenidos teóricos, la resolución de ejercicios y problemas de manera clásica, el aprendizaje basado en problemas y el estudio de casos para la preparación de las pruebas de seguimiento.



## 8. Recursos didácticos

RECURSOS DIDÁCTICOS	
BIBLIOGRAFÍA	E. Hernández, M.J. Vázquez, M.A. Zurro. <i>Álgebra lineal y Geometría (3ª edición)</i> . Pearson. Madrid, 2012. También puede utilizarse la 2ª edición del libro, publicada en Addison-Wesley/U. Autónoma de Madrid en 1994 y titulada <i>Álgebra y Geometría</i> .
	M. Guzmán. <i>Cómo hablar, demostrar y resolver en Matemáticas</i> . Ed. ANAYA, Madrid, 2004.
	V. Fernández Laguna. <i>Teoría básica de conjuntos</i> . Ed. ANAYA, Madrid, 2003.
	Material de trabajo elaborado por los profesores de la asignatura: Guiones/transparencias, Notas, Ejercicios resueltos, Exámenes de prueba, etc.
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA	Miguel Delgado Pineda y María José Muñoz Bouzo. <i>Lenguaje matemático, conjuntos y números</i> . Ed. Sanz y Torres. Madrid, 2010.
	J. Burgos. <i>Álgebra Lineal y Geometría Cartesiana</i> . McGraw-Hill. Madrid, 2002.
	B. Noble y J. W. Daniel. <i>Applied Linear Algebra</i> . 3rd Edition, Prentice-Hall, 1988.
RECURSOS WEB	Sitio Moodle de la asignatura <a href="http://moodle.upm.es/titulaciones/oficiales/course/view.php?id=2167">http://moodle.upm.es/titulaciones/oficiales/course/view.php?id=2167</a>
EQUIPAMIENTO	Aula
	Sala de trabajo en grupo



## 9. Cronograma de trabajo de la asignatura

Semana	Actividades en Aula	Actividades en Laboratorio	Trabajo Individual	Trabajo en Grupo	Actividades de Evaluación	Otros
Semana 1 (9 horas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Presentación</li> <li>• Tema 1: Álgebra de Boole. Lógica de predicados</li> <li>• 4 horas</li> </ul>	•	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Consulta de bibliografía, estudio personal, realización de ejercicios</li> <li>• 5 horas</li> </ul>	•	•	•
Semana 2 (9 horas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tema 1: Teoría de conjuntos. Funciones</li> <li>• 4 horas</li> </ul>	•	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Consulta de bibliografía, estudio personal, realización de ejercicios</li> <li>• 5 horas</li> </ul>	•	•	•
Semana 3 (9 horas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tema 1: Grupos, anillos y cuerpos</li> <li>• Tema 2: Operaciones con matrices</li> <li>• 4 horas</li> </ul>	•	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Consulta de bibliografía, estudio personal, realización de ejercicios</li> <li>• 5 horas</li> </ul>	•	•	•
Semana 4 (13 horas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tema 2: Teorema de Rouché-Frobenius. Método de eliminación de Gauss</li> <li>• 4 horas</li> </ul>	•	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Consulta de bibliografía, estudio personal, realización de ejercicios</li> <li>• 5 horas</li> </ul>	•	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realización y entrega de ejercicio personalizado (*)</li> <li>• 4 horas</li> </ul>	•
Semana 5 (9 horas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tema 3: Espacios y subespacios vectoriales</li> <li>• 4 horas</li> </ul>	•	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Consulta de bibliografía, estudio personal, realización de ejercicios</li> <li>• 5 horas</li> </ul>	•	•	•



Semana	Actividades en Aula	Actividades en Laboratorio	Trabajo Individual	Trabajo en Grupo	Actividades de Evaluación	Otros
Semana 6 (9 horas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tema 3: Dependencia e independencia lineal</li> <li>4 horas</li> </ul>	•	<ul style="list-style-type: none"> <li>Consulta de bibliografía, estudio personal, realización de ejercicios</li> <li>5 horas</li> </ul>	•	•	•
Semana 7 (9 horas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tema 3: Bases y dimensión</li> <li>4 horas</li> </ul>	•	<ul style="list-style-type: none"> <li>Consulta de bibliografía, estudio personal, realización de ejercicios</li> <li>5 horas</li> </ul>	•	•	•
Semana 8 (13 horas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tema 3: Operaciones entre espacios vectoriales</li> <li>4 horas</li> </ul>	•	<ul style="list-style-type: none"> <li>Consulta de bibliografía, estudio personal, realización de ejercicios</li> <li>5 horas</li> </ul>	•	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realización y entrega de ejercicio personalizado (*)</li> <li>4 horas</li> </ul>	•
Semana 9 (9 horas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tema 4: Aplicaciones lineales</li> <li>4 horas</li> </ul>	•	<ul style="list-style-type: none"> <li>Consulta de bibliografía, estudio personal, realización de ejercicios</li> <li>5 horas</li> </ul>	•	•	•
Semana 10 (9 horas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tema 4: Núcleo e imagen de una aplicación lineal</li> <li>4 horas</li> </ul>	•	<ul style="list-style-type: none"> <li>Consulta de bibliografía, estudio personal, realización de ejercicios</li> <li>5 horas</li> </ul>	•	•	•
Semana 11 (9 horas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tema 4: Representación matricial de aplicaciones lineales</li> <li>4 horas</li> </ul>	•	<ul style="list-style-type: none"> <li>Consulta de bibliografía, estudio personal, realización de ejercicios</li> <li>5 horas</li> </ul>	•	•	•
Semana 12 (13 horas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tema 4: Composición de aplicaciones lineales. Núcleo, imagen y rango</li> <li>4 horas</li> </ul>	•	<ul style="list-style-type: none"> <li>Consulta de bibliografía, estudio personal, realización de ejercicios</li> <li>5 horas</li> </ul>	•	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realización y entrega de ejercicio personalizado (*)</li> <li>4 horas</li> </ul>	•
Semana 13 (9 horas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tema 5: Producto escalar. Ortogonalidad. Método de Gram-Schmidt</li> <li>4 horas</li> </ul>	•	<ul style="list-style-type: none"> <li>Consulta de bibliografía, estudio personal, realización de ejercicios</li> <li>5 horas</li> </ul>	•	•	•



Semana	Actividades en Aula	Actividades en Laboratorio	Trabajo Individual	Trabajo en Grupo	Actividades de Evaluación	Otros
Semana 14 (9 horas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tema 5: Proyección ortogonal.</li> <li>4 horas</li> </ul>	•	<ul style="list-style-type: none"> <li>Consulta de bibliografía, estudio personal, realización de ejercicios</li> <li>5 horas</li> </ul>	•	•	•
Semana 15 (9 horas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tema 6: Análisis espectral. Diagonalización</li> <li>4 horas</li> </ul>	•	<ul style="list-style-type: none"> <li>Consulta de bibliografía, estudio personal, realización de ejercicios</li> <li>5 horas</li> </ul>	•	•	•
Semana 16 (9 horas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Repaso de todos los contenidos.</li> <li>2 horas</li> </ul>	•	<ul style="list-style-type: none"> <li>Consulta de bibliografía, estudio personal, realización de ejercicios.</li> <li>Preparación ejercicio personalizado.</li> <li>5 horas</li> </ul>	•	<ul style="list-style-type: none"> <li>Examen formado por ejercicios de desarrollo y tipo test</li> <li>2 horas</li> </ul>	•

Nota: Para cada actividad se especifica la dedicación en horas que implica para el alumno.

(\*) Los plazos para entregar estos ejercicios se fijarán con la suficiente antelación y, en algunos grupos, pueden no coincidir con el número de semana del cronograma.



POLITÉCNICA

